

Izvodi višeg reda. Osnovne teoreme deferencijalnog računa

Bitni pojmovi. Izvod višeg reda. Teoreme diferencijalnog računa (Fermatova, Rolleova, Lagrangeova i Cauchyeva), Geometrijska interpretacija, Veze između ovih teorema, L'Hospitalova teorema, Taylorova formula, Taylorov i McLaurinov polinom, Izraz za grešku u Lagrangeovom obliku.

80. Proveriti da li funkcija $x \mapsto (\arcsin x)^2$, zadovoljava diferencijalnu jednačinu

$$(1 - x^2)y'' - x \cdot y' = 2.$$

81. Odrediti n -ti izvod funkcije $y = \sin x$.

82. Primeniti Rolleovu teoremu na funkciju $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$.

83. Odrediti θ u Lagrangeovoj formuli za funkciju $f(x) = \arctan x$ na segmentu $[0, 1]$.

84. Primenom Lagrangeove teoreme približno naći $\sqrt[3]{65}$.

85. Proveriti uslove Cauchyve teoreme za funkcije $f(x) = \sin x$ i $g(x) = \cos x$ na segmentu $[0, \pi/2]$, a zatim odrediti ξ .

86. Dokazati $\frac{b-a}{\cos^2 a} < \tan b - \tan a < \frac{b-a}{\cos^2 b}$, $0 \leq a < b < \frac{\pi}{2}$.

87. Izračunati $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$.

88. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{e^{1/x}}$.

89. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$.

90. Izračunati $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{1/x} - 1 \right)$.

91. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$.

92. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$.

93. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = e^{2x}$.

94. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

95. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \cos^2 x$.

96. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

97. Izračunati \sqrt{e} sa tačnošću 10^{-3} .

Domaći zadatak VII

DZ100. Odrediti n -ti izod funkcije $y = \ln x$.

DZ101. Primenom matematičke indukcije ili na neki drugi način dokazati

$$\left(x^{n-1} \cdot e^{1/x}\right)^{(n)} = \frac{(-1)^n}{x^{n+1}} e^{1/x} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

DZ102. (Ispit - 15.04.2006.) Primenom matematičke indukcije ili na neki drugi način dokazati

$$\left(\frac{1}{(x-a)(x-b)}\right)^{(n)} = \frac{1}{a-b} \left(\frac{(-1)^n \cdot n!}{(x-a)^{n+1}} - \frac{(-1)^n \cdot n!}{(x-b)^{n+1}}\right) \quad (n \in \mathbb{N}_0, a, b \in \mathbb{R}).$$

DZ103. Odrediti θ u Lagrangeovoj formuli za funkciju $f(x) = x^2 + 2x - 1$ na segmentu $[0, 1]$.

DZ104. Odrediti θ u Lagrangeovoj formuli za funkciju $f(x) = \ln x$ na segmentu $[1, e]$.

DZ105. Odrediti θ u Lagrangeovoj formuli za funkciju $f(x) = \sin x$ na segmentu $[0, 1]$.

DZ106. Primenom Lagraneove teoreme približno naći $\arctan(1.1)$.

DZ107. Dokazati $\frac{1}{a+1} < \ln \frac{a+1}{a} < \frac{1}{a}$, $a > 0$.

DZ108. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}$.

DZ109. Izračunati $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tan x)^{\tan(2x)}$.

DZ110. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right)$.

DZ111. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$.

DZ112. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2 \sin x}$.

DZ113. Izračunati $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}{e^{\frac{1}{x}} - 1}$.

DZ114. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = e^{x^2}$.

DZ115. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

DZ116. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.

DZ117. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \sqrt{1+x}$.

DZ118. Razviti po McLaurinovoj formuli funkciju $f(x) = \sqrt{1+x}$.

DZ119. Izračunati $\sin 9^\circ$ sa tačnošću 10^{-5} .