

II - Preslikavanja, Funkcije.
Matematička indukcija, Faktorijeli, Binomna formula.
Binarna operacija, Osnovne algebarske strukture.

Bitni pojmovi. *Preslikavanje, Definisanoost, Jednoznačnost, Osobine preslikavanja (injekcija, surjekcija, bijekcija), Kompozicija preslikavanja, Inverzno preslikavanje, Identičko preslikavanje.*

9. Dat je skup $A = \{a, b, c, d\}$ i preslikavanja

$$\left\{ \begin{array}{l} f: A \mapsto A \\ f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad \text{i} \quad \left\{ \begin{array}{l} g: A \mapsto A \\ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & a & d \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

- a) Odrediti: $f(f(a))$, $f(f(b))$, $f(f(f(d)))$ i $g(f(g(a)))$.
- b) Odrediti $f \cap g$ i $f \cup g$.
- c) Da li su f i g relacije na $A \times A$.

10. Da li su preslikavanja

$$\left\{ \begin{array}{l} f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ f(x) = 2x + 3 \end{array} \right. \quad \text{i} \quad \left\{ \begin{array}{l} g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ g(x) = x^2 \end{array} \right.$$

bijekcije ("1-1" i "na")? Za ono koje jeste, odrediti inverzno preslikavanje.

11. Data su preslikavanja $f(x) = 8x - 1$ i $g(x) = 2x + 1$. Odrediti $(f \circ g)(x)$ i $(f \circ f)(x)$.

12. Odrediti funkciju $f(x)$ ako važi $f(x - 1) = x + 1$.

Bitni pojmovi. *Matematička indukcija, Faktorijel i dvostruki faktorijel broja, Binomni koeficijent, Newtonova binomna formula.*

13. Primenom matematičke indukcije dokazati

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

14. Primenom matematičke indukcije dokazati $3^{2n+2} - 8n - 9 \equiv 0 \pmod{64}$.

Bitni pojmovi. *Binarna operacija. Osobine binarne operacije (definisanoost-zatvorenost, asocijativnost, neutralni element, inverzni element, komutativnost), Regularnost bin. operacije, Algebarske strukture na skupu sa jednom operacijom (grupoid, semi-grupa, grupa, Abelova grupa).*

15. Ispitati strukturu (\mathbb{R}, \oplus) , gde je $a \oplus b = a + b + 1$.

16. Na skupu $S = \{a\}$, definisana je operacija $a \Delta a = a$. Ispitati strukturu (S, Δ) .

Literatura: G. V. Milovanović, R. Ž. Đorđević: *Linearna Algebra*, Elek. fakultet, Niš (2005).

Domaći zadatak II

DZ7. Za preslikavanja iz zadatka 9. odrediti: $f(g(f(g(a))))$ i $g(f(g(f(c))))$.

DZ8. Da li su preslikavanja

$$\left\{ \begin{array}{l} f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ f(x) = 4x + 7 \end{array} \right. \quad \text{i} \quad \left\{ \begin{array}{l} g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ g(x) = \frac{x-1}{x^2+1} \end{array} \right.$$

bijekcije ("1-1" i "na")? Za ono koje jeste, odrediti inverzno preslikavanje.

DZ9. Za preslikavanja iz zadatka 11. odrediti $(g \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.

DZ10. Odrediti funkciju $f(x)$ ako važi $f(2x + 3) = 5x - 7$.

DZ11. Odrediti funkciju $f(x)$ ako važi $f(x - 2) = \frac{x-1}{x^2+1}$.

DZ12. Odrediti funkciju $f(x)$ ako važi $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + x$.

DZ13. Primenom matematičke indukcije dokazati

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

DZ14. Primenom matematičke indukcije dokazati

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$