

I - Elementi matematičke logike, Skupovi, Relacije.

Bitni pojmovi. *Sud, Iskaz, Istinitosna vrednost iskaza, Logičke operacije (negacija, konjunkcija, disjunkcija, implikacija, ekvivalencija i ekskluzivna disjunkcija), Logicka funkcija, Tautologija.*

1. Dokazati da je formula $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ tautologija.

Bitni pojmovi. *Skup. Odnos dva skupa (podskup, jednakost, disjunktnost). Operacije nad skupovima (unija, presek, razlika, simetrična razlika, komplement), Prazan skup, Particija skupa, Partitivni skup.*

2. Ako je $A = \{1, 2, a, b\}$ i $B = \{2, 3, a, c\}$, odrediti $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ i $A \Delta B$.

3. Ako je $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 4\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x - 2 < 3\}$, $C = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x | 12\}$ i $D = \{x | x \text{ je prost} \wedge x < 8\}$, odrediti $(A \cup B) \setminus (C \cup D)$.

4. Odrediti $((-\infty, 3) \cap [0, +\infty)) \cup (-5, 1]$.

5. Ako je $A\{a, b, c\}$ odrediti njegov partitivni skup $P(A)$.

Bitni pojmovi. *Uredjeni par, Uredjena trojka, Uredjena n-torka, Dekartov proizvod, Binarna relacija, Osobine binarnih relacija (refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost). Vrste relacija (relacija ekvivalencije, relacija delimičnog poretka, relacija totalnog poretka), Klase ekvivalencije, Faktor-skup.*

6. Za skupove $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{a, b\}$ odrediti $A \times B$, $B \times A$ i A^2 . Da li važi osobina komutativnosti?

7. U skupu \mathbb{N} definisana je relacija ρ , kao $\rho : "a \text{ se sadrži u } b \text{ bez ostatka}"$ (tj. $a\rho b \Leftrightarrow a|b$). Ispitati njene osobine.

8. U skupu $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ data je relacija $x\rho y \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{3}$, (x je kongruentno sa y po modulu 3), koja je relacija ekvivalencije. Odrediti klase ekvivalencije i faktor skup ovog skupa u odnosu na relaciju ρ .

Literatura: G. V. Milovanović, R. Ž. Đorđević: *Linearna Algebra*, Elek. fakultet, Niš (2005).

Domaći zadatak I

DZ1. Dokazati da su sledeće formule tautologije:

$$\begin{aligned}\neg(p \wedge q) &\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \\ \neg(p \vee q) &\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \\ p \wedge (q \vee r) &\Rightarrow (\neg p \vee \neg q)\end{aligned}$$

DZ2. Ako je $A = \{m, n, p, q\}$, $B = \{m, n, r\}$, $C = \{m, p, q\}$ i $D = \{n, q, s\}$, odrediti $(A \cup B) \cap C$, $(A \cap C) \cup B$ i $(A \setminus B) \setminus (C \setminus D)$.

DZ3. Ako je $A = \{x|x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 4\}$, $B = \{x|x \in \mathbb{N} \wedge x - 2 < 3\}$, $C = \{x|x \in \mathbb{N} \wedge x|12\}$ i $D = \{x|x \text{ je prost} \wedge x < 8\}$, odrediti $(A \cap B) \setminus (C \cap D)$ i $(A \setminus B) \cup (C \setminus D)$.

DZ4. Odrediti

$$\begin{aligned}[0, 3] \cup (1, 7) \\ (-\infty, 0) \cup (-2, 3) \\ (-5, 2] \cup (2, 4) \\ (-\infty, -1) \cup (-2, \infty) \\ ((-\infty, -1) \cup (1, \infty)) \setminus (-2, 2) \\ ((-5, 4] \cup (7, 9]) \cap (0, 10]\end{aligned}$$

DZ5. Za skup $B = \{a, b\}$ odrediti B^2 .

DZ6. U skupu $B = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ data je relacija $x\rho y \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{4}$, (x je kongruentno sa y po modulu 4). Dokazati da je ova relacija ekvivalencije. Odrediti klase ekvivalencije i faktor skup ovog skupa u odnosu na relaciju ρ .