

**XIII - Polinomi (2/2)**

**Bitni pojmovi.** Hurwitzovi polinomi, Schurov metod, sopstveni polinom, sopstvene vrednosti, sopstveni vektori, spektar matrice, operator proste strukture, dijagonalizacija matrice, stepenovanje matrice, minimalni polinom matrice, Cayley-Hamiltonova teorema.

102. Ispitati da li je polinom  $x^3 + 2x^2 + x + 1$  Hurwitzov.

103. Ispitati da li je polinom  $x^3 + x^2 + x + 2$  Hurwitzov.

104. Ispitati da li je polinom  $x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 8x + 5$  Hurwitzov.

105. Za koje vrednosti parametra  $m$  je polinom  $x^4 + x^3 + mx^2 + x + 1$  Hurwitzov?

106. Data je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix}.$$

Odrediti njene sopstvene vrednosti i sopstvene vektore, a zatim i sopstvene vrednosti matrica:

a)  $A^3$ , b)  $A^{-1}$  i c)  $A^2 + 2A + 5I$ .

107. Data je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Odrediti njene sopstvene vrednosti i sopstvene vektore i ispitati da li je operator, čija je ovo matrica, proste strukture. Ako jeste, naći njenu dijagonalizaciju  $D$ , kao i  $A^n$  (korišćenjem te dijagonalizacije).

108. Ispitati da li je operator, čija je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

proste strukture. Ako jeste, naći  $A^n$ . Na kraju odrediti minimalni polinom  $p_{min}(\lambda)$ , date matrice.

109. Neka je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Odrediti  $A^6 - 25A^2 + 112A$ .

### Domaći zadatak XIII

**DZ115.** Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

**DZ116.** Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice  $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ .

**DZ117.** Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ , a zatim naći  $A^n$ .

**DZ118.** Ispit: Linearna algebra, Novembar 2005, 4. zadatak.

**DZ119.** Ispit: Linearna algebra, Septembar 2005, 4. zadatak.

**DZ120.** Ispit: Linearna algebra, Jun 2005, 4. zadatak.

**DZ121.** Ispit: Linearna algebra, Maj 2005, 4. zadatak.

**DZ122.** Ispit: Linearna algebra, April 2005, 3. zadatak.

**DZ123.** Ispit: Linearna algebra, Februar 2005, 5. zadatak.

**DZ124.** Ispit: Linearna algebra, Januar 2005, 5. zadatak.

**DZ125.** Neka je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (a \in \mathbb{R}).$$

Odrediti  $a$  tako da jedna sopstvena vrednost matrice bude jednaka zbiru ostale dve. Za tako nadjeno  $a$  naći sopstveni polinom i sopstvene vrednosti matrice

$$B = A^5 - 9A^4 + 29A^3 - 39A^2 + 19A.$$

Zatim odrediti sopstveni vektor koji odgovara najvećoj sopstvenoj vrednosti matrice  $B$ .