Predmet: Linearna Algebra
Asistent: Branislav M. Randjelović **Datum: 14. decembar 2006.**

XI - Sistemi linearnih jednačina (2/2)

Bitni pojmovi. *Homogeni sistemi linearnih jednačina, rang sistema vektora u linearnom prostoru, slične i ekvivalentne matrice, linearne forme.*

85. Diskutovati i rešiti sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + y + (a+1)z &= a^3(a+1) \\ x + (a+1)y + z &= a^2(a+1) \\ (a+1)x + y + z &= a(a+1). \end{aligned}$$

86. Diskutovati i rešiti homogeni sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z + at &= 0 \\ x + 2y + (a+2)z + 2t &= 0 \\ x + (a+1)y + 3z + 2t &= 0 \\ ax + 2y + 3z + 4t &= 0. \end{aligned}$$

87. U skupu $\mathbb{R}^4$ dat je sistem vektora $\{(1,0,3,4),(0,1,-3,2),(2,3,2,2),(1,-2,-1,-3)\}$. Odrediti njegov rang i jednu bazu.

88. U skupu polinoma $\mathcal{P}_2$ dat je sistem vektora $\{3t^2+2t+1, 4t^2+3t+2, 3t^2+2t+3, t^2+t+1, 4t^2+3t+4\}$. Odrediti njegov rabg, odrediti jednu bazu ovog sistema i izraziti sve vektore ovog sistema preko te baze.

89. Date su matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$. Dokazati da su slične, a zatim proveriti i da li su A^{-1} i B^{-1} slične.

90. Diskutovati sistem linearnih jednačina u zavisnosti od parametara λ i μ

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ \lambda x + y + z &= \lambda \\ x + \lambda y + z &= 1 \\ x + y + \lambda z &= 2\mu. \end{aligned}$$

91. Diskutovati i rešiti sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + ay + a^2 z &= a^3 \\ x + by + b^2 z &= b^3 \qquad (a,b,c \in \mathbb{R}). \\ x + cy + c^2 z &= c^3, \end{aligned}$$

Domaći zadatak XI

DZ93. Diskutovati sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned}(3\lambda+4)x_1+(\lambda+1)x_2+(2\lambda+5)x_3+\lambda x_4&=6\\(2\lambda+5)x_1+(\lambda+1)x_2+(3\lambda+3)x_3+\lambda x_4&=2\\(3\lambda+3)x_1+\qquad 3x_2+(3\lambda+3)x_3+\lambda x_4&=2\\(3\lambda+3)x_1+(\lambda+1)x_2+(3\lambda+3)x_3+\lambda x_4&=2,\end{aligned}\qquad (\lambda\in\mathbb{R}).$$

DZ94. Diskutovati sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned}3x_1-2x_2+5x_3+4x_4&=2\\6x_1-ax_2+4x_3+3x_4&=3\\9x_1-6x_2+3x_3+2x_4&=b,\end{aligned}\qquad (a,b\in\mathbb{R}).$$

DZ95. U prostoru $\mathbb{R}^3$ data su dva sistema vektora

$$U_a=\{(5,3,1),(1,-3,-2),(1,2,1)\}\quad \text{i}\quad U_b=\{(-2,1,0),(-1,3,0),(-2,-3,0)\}.$$

Ispitati koji od njih može biti baza u prostoru $\mathbb{R}^3$. Zatim odrediti matricu operatora $\mathcal{A}\colon\mathbb{R}^3\mapsto\mathbb{R}^3$, dato pomoću $\mathcal{A}(U_a)=U_b$, koristeću dobijenu bazu.

DZ96. U prostoru linearnih formi oblika $f=a_1x+a_2y+a_3z+a_4t$, $(a_1,a_2,a_3,a_4\in\mathbb{R})$. dat je skup formi

$$S=\{2x+3y-z-t,x-y-2x-4t,3x+y+3y-2t,6x+3y+\lambda z-7t\}.$$

Odrediti λ tako da forme budu linearno zavisne, a zatim za dobijeno λ naći vezu izmedju njih.

DZ98. Diskutovari i rešiti sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned}ax+4y+z&=0\\2y+3z&=1\\2x-bz&=-2,\end{aligned}\qquad (a,b\in\mathbb{R}).$$