

IX - Determinante, Inverzija matrice

Bitni pojmovi. *Determinanta, izračunavanje determinante, Sarusovo pravilo, Laplaceov razvoj, osobine determinanti, neke specijalne determinante (trodiagonalne, Van der Mondova), Inverzna matrica i njene osobine, primene inverznih matrica (rešavanje matricnih jednačina, rešavanje sistema linearnih jednačina).*

67. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} -2 & 7 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$.

68. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

69. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$.

70. Izračunati trodiagonalnu determinantu $D_n = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 3 & 5 \end{vmatrix}_{n \times n}$.

71. Izračunati Van der Mondovu determinantu

$$V_n(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & & & & \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{vmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}$$

72. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-a-c & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$.

73. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

74. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

75. Rešiti matricnu jednačinu

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

76. Rešiti matričnu jednačinu $(A - 2I) \cdot X = A + I$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

77. Rešiti sistem linearnih jednačina

$$3x + 2y + z = 5$$

$$2x + 3y + z = 1$$

$$2x + y + 3z = 11.$$

78. Ako je $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, ispitati da li je $B^{-1}AB$ jednako nekoj dijagonalnoj matrici. Ako jeste, na osnovu nje odrediti A^n .

Domaći zadatak IX

DZ71. Izračunati trodijagonalnu determinantu $D_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}_{n \times n}$.

DZ72. Izračunati trodijagonalnu determinantu $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{vmatrix}_{n \times n}$.

DZ73. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \end{vmatrix}$.

DZ74. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & x^2 & x^4 \\ 1 & x^3 & x^6 \end{vmatrix}$.

DZ75. Izračunati determinantu $\begin{vmatrix} x_1 - x & y_1 - y & 1 \\ x_2 - x & y_2 - y & 1 \\ x_3 - x & y_3 - y & 1 \end{vmatrix}$.

DZ76. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$.

DZ77. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

DZ78. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

DZ79. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

DZ80. Naći inverznu matricu za matricu $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

DZ81. Rešiti sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= -1 \\ 2x - y + 2z &= -4 \\ 4x + y + 4z &= -2. \end{aligned}$$