

**V - Kompleksni brojevi (2).**

**Bitni pojmovi.** Sumiranje trigonometrijskih suma korišćenjem kompleksnih brojeva, izvodjenje trigonometrijskih identiteta primenom kompleksnih brojeva, Ispitni zadaci.

32. Sumirati  $1 + 2 \cos x + 2 \cos(2x) + \dots + 2 \cos(nx)$ .
33. Sumirati  $2 \cos x + 2^2 \cos(2x) + \dots + 2^n \cos(nx)$ .
34. Sumirati  $1 + \binom{n}{1} \cos x + \binom{n}{2} \cos(2x) + \dots + \binom{n}{n} \cos(nx)$ .
35. Odrediti  $a$  i  $b$  tako da važi  $\cos^3 \theta = a \cos \theta + b \cos(3\theta)$ .
36. Rastaviti polinom  $P(x) = (x + 1)^{100} + (x - 1)^{100}$ .
37. Rastaviti polinom  $P(z) = z^{2n} - 1$ .
38. Izračunati  $z = \frac{(1 + i)^{56}}{2(1 + i)^{52} + (1 - i)^{54}}$ .
39. (ispit - 20.10.2006.) Rešiti jednačinu  $z^3 = \left(\frac{8(1 + i)}{\sqrt{2}}\right)^2$ .
40. (ispit - 26.09.2006.) Nacrtati krug definisan jednačinom  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z} - \frac{2}{3}\right) = 0$ .
41. (ispit - 01.09.2006.) Dokazati da je

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \dots = \sqrt{2^n} \cos \frac{n\pi}{4},$$

$$\binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{5} - \dots = \sqrt{2^n} \sin \frac{n\pi}{4}.$$

42. Ispitati strukturu  $(\mathbb{R}, \odot)$ , gde je  $a \odot b = a + b + ab$ .
43. Neka je  $(G, *)$  grupa i neka je  $g \in G$  jedan njen element. Na skupu  $G$  definišimo operaciju

$$a \cdot b = b * g * a, \quad \forall a, b \in G.$$

Ispitati strukturu  $(G, \cdot)$ .

**Literatura:** G. V. Milovanović, R. Ž. Đorđević: *Linearna Algebra*, Elek. fakultet, Niš (2005).

<b>Domaći zadatak V</b>
-------------------------

**DZ30.** Sumirati  $S = \sum_{k=0}^n \frac{\sin(kx)}{2}$ .

**DZ31.** Sumirati  $S = \sum_{k=1}^n \sin((2k-1)x)$ .

**DZ32.** Sumirati  $C = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(kx)$ .

**DZ33.** Sumirati  $C = \cos x + a \cos(3x) + a^2 \cos(5x) + \dots + a^n \cos((2n+1)x)$ .

**DZ34.** Odrediti  $a$  i  $b$  tako da važi  $\sin^3 \theta = a \sin \theta + b \sin(3\theta)$ .

**DZ35.** Odrediti  $a$  i  $b$  tako da važi  $\cos^4 \theta = a + b \cos(2\theta) + c \sin(4\theta)$ .

**DZ36.** Rastaviti polinome  $P(z) = z^{2n} - i$ ,  $P(z) = z^{2n+1} + i$  i  $P(z) = z^{2n-1} + 1$ .

**DZ37.** Rešiti jednačinu  $16i(i-z)^3 = -1 + i\sqrt{3}$  i dati geometrijsku interpretaciju.

**DZ38.** Rešiti jednačinu  $z - 1 - i = \sqrt{-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}}$  i dati geometrijsku interpretaciju.

**DZ39.** Izračunati  $\sqrt{3-4i}$  i  $\sqrt{-8+8i\sqrt{3}}$ .