Predmet: Linearna Algebra
Asistent: Branislav M. Randjelović **Datum: 05. oktobar 2006.**

I - Elementi matematičke logike, Skupovi, Relacije.

Bitni pojmovi. *Sud, Iskaz, Istinitosna vrednost iskaza, Logičke operacije (negacija, konjunkcija, disjunkcija, implikacija, ekvivalencija i ekskluzivna disjunkcija), Logicka funkcija, Tautologija.*

1. Dokazati da je formula $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ tautologija.

Bitni pojmovi. *Skup. Odnos dva skupa (podskup, jednakost, disjunktnost). Operacije nad skupovima (unija, presek, razlika, simetrična razlika, komplement), Prazan skup, Particija skupa, Partitivni skup.*

2. Ako je $A = \{1, 2, a, b\}$ i $B = \{2, 3, a, c\}$, odrediti $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ i $A \Delta B$.

3. Ako je $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 4\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x - 2 < 3\}$, $C = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x | 12\}$ i $D = \{x | x \text{ je prost } \wedge x < 8\}$, odrediti $(A \cup B) \setminus (C \cup D)$.

4. Odrediti $((-\infty, 3) \cap [0, +\infty)) \cup (-5, 5]$.

5. Ako je $A\{a, b, c\}$ odrediti njegov partitivni skup $P(A)$.

Bitni pojmovi. *Uredjeni par, Uredjena trojka, Uredjena n-torka, Dekartov proizvod, Binarna relacija, Osobine binarnih relacija (refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost). Vrste relacija (relacija ekvivalencije, relacija delimičnog poretka, relacija totalnog poretka), Klase ekvivalencije, Faktor-skup.*

6. Za skupove $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{a, b\}$ odrediti $A \times B$, $B \times A$ i A^2. Da li važi osobina komutativnosti?

7. U skupu $\mathbb{N}$ definisana je relacija ρ, kao ρ :"a se sadrži u b bez ostatka" (tj. $a\rho b \Leftrightarrow a|b$). Ispitati njene osobine.

8. U skupu $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ data je relacija $x\rho y \Leftrightarrow x \equiv y(mod 3)$, ($x$ je kongruentno sa y po modulu 3), koja je realcija ekvivalencije. Odrediti klase ekvivalencije i faktor skup ovog skupa u odnosu na relaciju ρ.

Literatura: G. V. Milovanović, R. Ž. Đorđević: *Linearna Algebra*, Elek. fakultet, Niš (2005).

Domaći zadatak I

DZ1. Dokazati da su sledeće formule tautologije:

$$\rceil(p \wedge q) \Leftrightarrow (\rceil p \vee \rceil q)$$
$$\rceil(p \vee q) \Leftrightarrow (\rceil p \wedge \rceil q)$$
$$p \wedge (q \vee r) \Rightarrow (\rceil p \vee \rceil q)$$

DZ2. Ako je $A = \{m, n, p, q\}$, $B = \{m, n, r\}$ i $C = \{m, p, q\}$, odrediti $(A \cup B) \cap C$, $(A \cap C) \cup B$ i $(A \setminus B) \setminus (C \setminus D)$.

DZ3. Ako je $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 4\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x - 2 < 3\}$, $C = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x | 12\}$ i $D = \{x | x \text{ je prost } \wedge x < 8\}$, odrediti $(A \cap B) \setminus (C \cap D)$ i $(A \setminus B) \cup (C \setminus D)$.

DZ4. Odrediti

$$[0, 3] \cup (1, 7)$$
$$(-\infty, 0) \cup (-2, 3)$$
$$(-5, 2] \cup (2, 4)$$
$$(-\infty, -1) \cup (-2, \infty)$$
$$((-\infty, -1) \cup (1, \infty))(-2, 2)$$
$$((-5, 4] \cup (7, 9]) \cap (0, 10]$$

DZ5. Za skup $B = \{a, b\}$ odrediti B^2.

DZ6. U skupu $B = \{1, 2, 3, \cdots, 20\}$ data je relacija $x \rho y \Leftrightarrow x \equiv y (mod 4)$, ($x$ je kongruentno sa y po modulu 4). Dokazati da je ovo relacija ekvivalencije. Odrediti klase ekvivalencije i faktor skup ovog skupa u odnosu na relaciju ρ.