

Predmet: Diskretna Matematika

Asistent: Branislav M. Randjelovic

Datum: 13. oktobar 2008.

Elementi matematičke logike

1. Ako su p, q i r proizvoljni iskazi, dokazati da je tautologija

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r).$$

DZ1. Ako su p, q i r proizvoljni iskazi, dokazati da su tautologije:

1. $p \wedge p \Leftrightarrow p, p \vee p \Leftrightarrow p$ - idempotentnost,
2. $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r, p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ - asocijativnost,
3. $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p, p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ - komutativnost,
4. $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q, \neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$, - De Morganova pravila,
5. $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$ - dvostruka negacija,
6. $p \vee \perp \Leftrightarrow p, p \wedge \top \Leftrightarrow p$,
7. $p \vee \top \Leftrightarrow \top, p \wedge \perp \Leftrightarrow \perp$,
8. $p \vee \neg p \Leftrightarrow \top, p \wedge \neg p \Leftrightarrow \perp$ - komplementarnost,
9. $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \Rightarrow \neg p$ - zakon kontradikcije,
10. $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ - zakon implikacije,
11. $p \vee q \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ - zakon disjunkcije,
12. $p \wedge q \Leftrightarrow \neg(p \Rightarrow \neg q)$ - zakon konjunkcije,
13. $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$ - zakon negacije implikacije,
14. $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ - zakon ekvivalencije,
15. $p \wedge q \Rightarrow r \Leftrightarrow p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ - zakon unošenja-iznošenja,
16. $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p, p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ - zakon apsorpcije,
17. $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ - zakon distributivnosti.

DZ2. Neka su p, q i r iskazi. Dokazati da su sledeće iskazne formule tautologije:

1. $p \vee \neg p$ - zakon isključenja trećeg,
2. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ - tranzitivnost implikacije ili "zakon silogizma",
3. $\neg(p \wedge \neg p)$ - zakon neprotivurečnosti,
4. $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ - zakon odvajanja,
5. $\neg p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg p$,
6. $\neg p \wedge (p \vee q) \Rightarrow q$,
7. $p \wedge q \Rightarrow p$ - zakon pojednostavljenja,
8. $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow p$ - Pirsov zakon,
9. $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$ - zakon zaključivanja iz suprotnog,
10. $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ - iz lažnog proizvoljno,
11. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ - istina iz proizvoljnog,
12. $(p \Rightarrow (q \wedge \neg q)) \Rightarrow \neg p$ - svodjenje na apsurd.

2. Dokazati valjanost argumenta

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \hline p \\ \hline \Delta p \wedge q \wedge r \end{array}$$

pomoću tablice istinitosti, a zatim i svodjenjem na logičku formulu i dokazom da je tautologija.

3. Dokazati valjanost argumenta

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \hline r \\ \Delta p \end{array}$$

pomoću tablice istinitosti, a zatim i svodjenjem na logičku formulu i dokazom da je tautologija.

DZ3. Dokazati valjanost argumenata:

$$\begin{array}{ccc} p \Rightarrow q & p \Rightarrow q & p \Rightarrow q \\ \frac{p}{\Delta q} & \frac{q \Rightarrow r}{\Delta p \Rightarrow r} & \frac{\neg q}{\Delta \neg p} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{p}{\Delta p \vee q} & \frac{p \wedge q}{\Delta p} & \frac{p}{\frac{q}{\Delta p \wedge q}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{p}{p \Rightarrow (p \vee s)} & \frac{p \vee q}{p \Rightarrow (r \wedge \neg r)} & \frac{\neg p}{\neg p \Rightarrow (r \vee \neg r)} \\ \frac{p \Rightarrow q}{\frac{s \Rightarrow q}{\Delta q}} & \frac{\Delta q}{\Delta q} & \frac{\Delta p}{\Delta p} \end{array}$$

4. Saopštena je sledeća vremenska prognoza za naredni dan:

1. Biće vedro ili hladno ili će duvati vetar.
2. Ako bude vedro i duva vetar, biće hladno.
3. Ako ne bude vedro i bude hladno, duvaće vetar.

Da li se može zaključiti da ako ne bude vedro, neće biti hladno?

DZ4. Premise su:

Ako se Šojić kandiduje na izborima (p), on će postati premijer (q).

Ako Šojić dodje na sastanak Stranke Zdravog Razuma (r) biće kandidovan za premijera (p),

Šojić će otići na sastanak Stranke Zdravog Razuma (r), ili će otići na rekreaciju (s).

Šojić se ne rekreira ($\neg s$).

Da li će Šojić biti premijer?

Literatura:

1. I. Ž. Milovanović, E. I. Milovanović: *Diskretna matematika*, Elektronski fakultet, Niš (2000),
2. I. Ž. Milovanović, E. I. Milovanović, B. M. Randjelović: *Diskretna matematika - zbirka zadataka*, Elektronski fakultet, Niš (2001).